

1. 次の方程式・不等式を解け. [各 4 点]

(1) $x^2 - 2x - 3 \geq 0$

(2) $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0$

(3) $\log_2(x - 1) + \log_2(x - 3) = 3$

(4) $\cos \theta \leq -\frac{1}{2} \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$

2. 導関数を求めよ. [各 4 点]

(1) $y = \sqrt{e^{2x} + 1}$

(2) $y = \frac{3x - 2}{x^2 + 1}$

3. 次の定積分・不定積分を求めよ. [各 4 点]

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x \sin^2 x \, dx$

$$(2) \int x e^{3x} dx$$

4. 次の問に答えよ.

- (1) 曲線 $y = 2x^2 - 5x$ の接線で傾きが 3 であるものの方程式を求めよ. [5 点]

- (2) 曲線 $y = 2\sqrt{x}$ と直線 $y = x$ とで囲まれた図形の面積を求めよ. [5 点]

- (3) 曲線 $y = e^x$ と直線 $x = 2$, x 軸, y 軸で囲まれた図形を x 軸の周りに回転してできる回転体の体積を求めよ. [5 点]

- (4) 次の 2 重積分の値を求めよ. [5 点]

$$\iint_D (2x^2 - y) dx dy,$$

$$D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x\}$$

- (5) $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ. [5 点]

(6) 次の行列式の値を求めよ. [4点]

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

(7) 次の和を求めよ. 答えは因数分解した形にしておくこと. [5点]

$$\sum_{k=1}^n (k^2 - k + 1)$$

(8) 空間の直線 $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-5}{-2}$ と, 平面 $2x + 3y - 2z = 2$ の交点となる点の座標を求めよ. [4点]

(9) 平面ベクトル $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ のなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を求めよ. [4点]

5. 次の線形微分方程式の一般解を定数変化法で求めよ. [6点]

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 3e^x$$

6. 2変数関数 $f(x, y) = 2x^3 + 6xy + 3y^2 - 3x^2$ の極値を求めよ. [7点]

7. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ の固有値, 固有ベクトルを求めよ. [7点]

8. 関数 $y = x^4 - 4x^3 + 15$ の増減表を作り, グラフをかけ. [6点]

