

注意：問題用紙をつねに半分に折った状態で解答すること

[1]次の方程式および不等式を解け.

(4×4=16 点)

(1) $\sqrt{27} < 9^x$

(2) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 < 0$

(3) $\log_{10}(x-1) + \log_{10}(x-4) = 1$

(4) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \quad (0 \leq x < 2\pi)$

[2]導関数を求めよ. (4×2=8 点)

(1) $y = e^{3x} - e^{-3x}$

(2) $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

[3]次の不定積分, 定積分を求めよ.

(4×2=8 点)

(1) $\int (2x+1)^5 dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$

[4]次の問いに答えよ. (5×8=40 点)

(1)放物線 $y = x^2 - 4x + a$ と直線 $y = 2ax - 2$ が交わらないような定数 a の範囲を求めよ.(2)曲線 $y = x^3 - 2x + 1$ の y 軸との交点における接線の方程式を求めよ.(3)放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ と直線 $y = x - 1$ とで囲まれた領域の面積を求めよ.(4)半径 r の球の体積が $V = \frac{4\pi r^3}{3}$ となることを証明せよ.

(5)直線 $\frac{x-1}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{4}$ と

平面 $x - 3y + 2z + 7 = 0$ の交点を求めよ.

(6) 次の行列式を因数分解せよ.

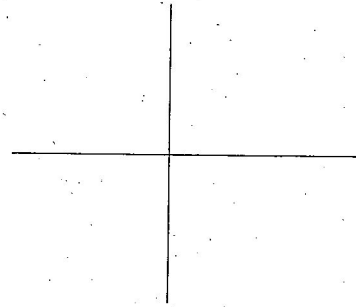
$$\begin{vmatrix} 1 & a & b \\ a & 1 & b \\ a & b & 1 \end{vmatrix}$$

(7) 次の和を求めよ.

$$1 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 6 + \dots + (\text{第 } n \text{ 項})$$

(8) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ.

[5] 関数 $y = x^4 + 4x^3$ の増減表とグラフをかけ.
(7 点)



[6] 変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3x^2 + y^2$ の極値を求めよ. (7 点)

[7] 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値とそれに属する固有ベクトルを求めよ. (7 点)

[8] 微分方程式 $(x+y)y' = 3x-y$ を解け. (7 点)
[ヒント: $y=ux$ と置く]