

平成 24 年度 数学実力試験 (平成 24 年 11 月実施)

4 年 [] 組 () 番 氏名 _____

注意. 問題用紙をつねに半分に折った状態で解答すること.

[1] 次の方程式または不等式を解け. $[4 \times 4 = 16 \text{ 点}]$

(1) $8^x < 16$

(2) $x^3 - 7x + 6 > 0$

(3) $\log_2 x + \log_2(x + 2) = 3$

(4) $\sin 2x = \cos x \quad (0 \leq x < 2\pi)$

[2] 導関数を求めよ. $[4 \times 2 = 8 \text{ 点}]$

(1) $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(2) $y = e^{3x} \sin 2x$

[3] 次の不定積分, 定積分を求めよ. $[4 \times 2 = 8 \text{ 点}]$

(1) $\int x \log x \, dx$

(2) $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx$

(3) 放物線 $y = 2x^2 - 3x$ と直線 $y = x + 6$ とで囲まれた領域の面積を求めよ.

[4] 次の問いに答えよ. [$5 \times 8 = 40$ 点]

(1) 2 次方程式 $x^2 + (m + 3)x + 4m = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつような定数 m の範囲を求めよ.

(4) 楕円 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積を求めよ.

(2) 曲線 $y = \frac{1}{x^2}$ の $x = 1$ に対応する点における接線の方程式を求めよ.

(5) 原点を通り平面 $3x - y + 2z + 14 = 0$ に垂直な直線と, この平面との交点を求めよ.

(6) 次の行列式を因数分解せよ.

$$\begin{vmatrix} a & a & a \\ a & a & b \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

(7) 次の和を求めよ.

$$1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + \cdots + n(n+2)$$

(8) $f(x) = \sqrt{1+x}$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ.

[5] 関数 $y = e^{-x^2}$ の増減, 極値, 凹凸, および $x \rightarrow \pm\infty$ のときの極限を調べてグラフをかけ. [7 点]

x	$-\infty$		∞
y'			
y''			
y			

[6] 2 変数関数 $f(x, y) = x^3 - 3xy + y^3$ の極値を求めよ. [7 点]

[7] 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値とそれに属す固有ベクトルを求めよ. [7 点]

[8] 微分方程式 $y'' + 2y' + 10y = 2 \sin 2x$ を解け.
[7 点]