

平成 23 年度 数学実力試験 (平成 23 年 11 月実施)

4 年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

注意 . 問題用紙をつねに半分に折った状態で解答すること .

1. 次の方程式を解け。 [4 × 4 = 16 点]

$$(1) \frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$(2) x^3 - x - 6 = 0$$

$$(3) \log_3(x-1) + \log_3(x+7) \leq 2$$

$$(4) 2 \sin x \leq 1 \quad (0 \leq x < 2\pi)$$

2. 導関数を求めよ。 [4 × 2 = 8 点]

$$(1) y = \tan^{-1} \frac{1}{x}$$

$$(2) y = x\sqrt{x^2+1}$$

3. 次の不定積分 , 定積分を求めよ。 [4 × 2 = 8 点]

$$(1) \int \frac{1}{x} (\log x)^2 dx$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x \, dx$$

(3) 2つの曲線 $y = x^2$, $x = y^2$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

4. 次の問に答えよ。 [5 × 8 = 40 点]

(1) 放物線 $y = 2x^2 - ax + 2a$ と直線 $y = 3x$ が共有点をもつような実数 a の範囲を求めよ。

(4) 媒介変数で表された曲線 $x = 2 \cos t$, $y = \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$) と x 軸で囲まれる図形を x 軸の周りに回転させてできる回転体の体積を求めよ。

(2) 曲線 $y = \frac{1}{2x-1}$ の $x = 2$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

(5) 空間の直線 $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-7}{5}$ に垂直で、点 $(-3, 5, 2)$ を通る平面の方程式を求めよ。

- (6) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ が正則かどうかを示し、正則なら逆行列を求めよ。

- (7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2}{n^3}$ を求めよ。

- (8) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ。

5. 関数 $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ の増減と極値, $x \rightarrow \pm\infty$ のときの極限を調べてグラフをかけ。 [7点]

x	$-\infty$		∞
y'			
y			

6. 2変数関数 $f(x, y) = x^3 - 6xy + 3y^2$ の極値を求めよ。 [7点]

7. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値とそれに対する固有ベクトルを求めよ。 [7点]

8. 微分方程式 $x^2y' + y^2 = xy$ を $u = \frac{y}{x}$ とおいて解き, $x = 1$ のとき $y = -1$ を満たす解を求めよ。 [7点]