

平成 22 年度 数学実力試験 (平成 22 年 11 月 日実施)

____ 年 ____ 科 ____ 番 氏名 _____

注意 . 問題用紙をつねに半分に折った状態で解答すること .

1. 次の方程式を解け。[4 × 4 = 16 点]

(1) $x - 1 = \sqrt{2x + 6}$

(2) $\sin 2x = \cos x \ (0 \leq \theta < 2\pi)$

(3) $\log_3(2x + 1) + \log_3(x - 3) = 2$

(4) $x^3 - 5x + 2 = 0$

2. 導関数を求めよ。[4 × 2 = 8 点]

(1) $y = x(2x + 3)^7$

(2) $y = \frac{\cos 3x}{\sin 2x}$

3. 次の不定積分 , 定積分を求めよ。[4 × 2 = 8 点]

(1) $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

(2) $\int_1^e x \log x \, dx$

(3) 球 $x^2 + y^2 + z^2 = 10$ と平面 $2x - y - 2z = 6$ が交わってできる円の面積を求めよ。

4. 次の問に答えよ。[5 × 8 = 40 点]

(1) 放物線 $y = x^2 - 2(a - 1)x + 4$ が x 軸と共有点をもたないような実数 a の範囲を求めよ。

(4) 曲線 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) と x 軸で囲まれる図形を x 軸の周りに回転させてできる回転体の体積を求めよ。

(2) 曲線 $y = x^3 - 4x^2 + 5$ の $x = 1$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

(5) $\sum_{k=1}^n k(3k - 1)$ を簡単にせよ。

- (6) 放物線 $y = x^2 - 2x$ と直線 $y = -x + 2$ で囲まれる図形を図示し, その面積を求めよ。

- (8) $f(x) = xe^{2x}$ のマクローリン展開を x^4 の項まで求めよ。

(7) $\begin{vmatrix} 1 & ab & c^2 \\ 1 & bc & a^2 \\ 1 & ca & b^2 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ。

5. 微分方程式 $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$ を解け。[7 点]

6. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値とそれに対する固有ベクトルを求めよ。[7 点]

8. 関数 $y = x + \frac{1}{x}$ の増減表とグラフをかけ。[7 点]

x	$-\infty$		∞
y'			
y			

7. 2変数関数 $f(x, y) = x^2 - xy + 2y^2 - 5x - y + 9$ の極値を求めよ。[7 点]