

平成 2 1 年度数学実力試験 (2 0 0 9 年 1 1 月実施 9 0 分)

年 科 () 番 氏名

注意. 問題用紙をつねに半分に折った状態で解答すること.

1. 方程式または不等式を解け. [各 4 点]

$$(1) \frac{x}{x+1} = \frac{1}{x-1}$$

$$(2) x^3 - 3x - 2 \geq 0$$

$$(3) \frac{1}{2} < \sin \theta < \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

$$(4) \log_5(2x-1) + \log_5(x-2) = 1$$

2. 次の関数を微分せよ. [各 4 点]

$$(1) y = e^{3x} \sin 2x$$

$$(2) y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

3. 不定積分または定積分を求めよ. [各 4 点]

(1) $\int \log x \, dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos x} \, dx$

4. 次の問いに答えよ. [各 5 点]

(1) 放物線 $y = x^2 - 4x$ と直線 $y = 2x + a$ とが接するような a の値を求めよ. またそのときの接点の座標を求めよ.

(2) $y = \sin^2 x$ のグラフの $x = \frac{\pi}{4}$ に対応する点における接線の方程式を求めよ.

(3) 放物線 $y = 2x^2 - 3x + 5$ と直線 $y = x + 11$ で囲まれた領域の面積を求めよ.

(4) 曲線 $y = \sqrt{x}$, x 軸, 直線 $x = 2$ で囲まれた領域を x 軸の周りに回転させてできる回転体の体積を求めよ.

(5) 空間の直線 $\frac{x-1}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{4}$ と平面 $x-3y+2z+7=0$ の交点を求めよ.

(6) $\begin{vmatrix} a & a^2 & a^3 \\ b & b^2 & b^3 \\ c & c^2 & c^3 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ.

(7) 次の和を求めよ.

$$1 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 6 + \cdots + (2n-1) \times 2n$$

(8) $y = \sqrt{1+x}$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ.

5. 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値とそれぞれの固有値に対する固有ベクトルを求めよ. [7点]

6. 2変数関数 $z = x^3 - 3x^2 + y^2$ の極値を求めよ. [7点]

7. 微分方程式 $xy' = 3x + 2y$ を $u = \frac{y}{x}$ と変数変換して解け. [7点]

8. 関数 $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ の増減表とグラフをかけ. [7点]

x	$-\infty$		∞
y'			
y			